



Διπλωματική Εργασία με Θέμα:

«Οικονομική Πολιτική και Ανισότητα»

Τμήμα Διεθνών και Ευρωπαϊκών Οικονομικών Σπουδών

Ταβουλάρης Στυλιανός 4110114

Επιβλέπων Καθηγητής: Γ.Οικονομίδης

Ιούνιος 5, 2015

Περίληψη

Στόχος αυτής της έρευνας είναι να μελετηθεί η αναδιανεμητική επίδραση της οικονομικής πολιτικής της κυβέρνησης μέσω φόρων σε ένα υπόδειγμα μεγιστοποίησης με άπειρο και διακριτό χρονικό ορίζοντα. Υποθέτουμε μια κλειστή οικονομία με δύο αντιπροσωπευτικές πληθυσμιακές ομάδες, καπιταλιστές και εργαζομένους. Ως δείκτες για τη μέτρηση της ανισότητας αυτών των δύο πληθυσμιακών ομάδων θα χρησιμοποιηθούν ο λόγος των καθαρών τους εισοδημάτων καθώς και ο λόγος των φορολογικών βαρών τους. Στη συνέχεια, θα δούμε πως διαφορετικά μίγματα πολιτικής της κυβέρνησης επιδρούν στην ανισότητα, βάσει του προσήμου της οριακής μεταβολής των δεικτών ως προς το κάθε εργαλείο πολιτικής ξεχωριστά. Έτσι θα εξετάσουμε πώς η κυβέρνηση μπορεί να αμβλύνει ή να οξύνει την ανισότητα στην οικονομία μέσω της οικονομικής της πολιτικής.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή.....	3
2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	4
3. Το μοντέλο	11
3.1 Το πρόβλημα των Καπιταλιστών	11
3.2 Το πρόβλημα των εργαζομένων	12
3.3 Το πρόβλημα της επιχείρησης.....	13
3.4 Ο ρόλος του κράτους	14
3.5 Ανταγωνιστική Ισορροπία.....	14
3.6 Μακροχρόνια Ανταγωνιστική Ισορροπία	15
3.7 Η επίπτωση του μίγματος οικονομικής πολιτικής στους δείκτες οικονομικής ανισότητας	19
4. Συμπεράσματα.....	26
Παράρτημα	29
Βιβλιογραφία	35

[Αυτή η σελίδα έχει αφεθεί σκοπίμως κενή]

1. Εισαγωγή

Ένα σημαντικό ερώτημα που συχνά έχει τεθεί και απασχολεί τα δημόσια οικονομικά αφορά στην τελική επίπτωση των φόρων. Ένα συγκεκριμένο κομμάτι αυτού του ερωτήματος που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, και αποτελεί και αντικείμενο έρευνας αυτής της εργασίας, είναι οι αναδιανεμητικές δυνατότητες που παρουσιάζει η φορολογική πολιτική, δηλαδή το κατά πόσο μπορεί να μειώσει την ανισότητα εντός της οικονομίας.

Κύριος στόχος των κυβερνήσεων είναι η αποτελεσματική κατανομή των πόρων που είναι διαθέσιμοι στην οικονομία. Έκτος, όμως, από την αποτελεσματική κατανομή τους, τους ενδιαφέρει και η δίκαιη κατανομή τους. Γενικότερα σε όλες τις χώρες της Ευρώπης, αλλά και του κόσμου, παρατηρείται άνιση κατανομή των πόρων στον πληθυσμό τους, τόσο μεταξύ διαφορετικών κρατών, όσο και μεταξύ διαφορετικών πληθυσμιακών ομάδων εντός της ίδιας χώρας. Αύτη ακριβώς είναι και η μια εκ των δύο διαστάσεων για τις οποίες χρησιμοποιούνται οι φόροι. Η άλλη διάσταση είναι όχι η αναδιανομή εισοδήματος μεταξύ ατόμων, αλλά αναδιανομή εισοδήματος κατά τη διάρκεια ζωής των ατόμων ώστε να εξομαλυνθεί η κατανάλωσή τους και να μεγιστοποιηθεί η διαχρονική τους χρησιμότητα. Στα πλαίσια όμως αυτής της εργασίας θα ασχοληθούμε μόνο με την πρώτη, και μάλιστα στα πλαίσια της ίδιας οικονομίας.

Άλλο ένα δίλλημα πολιτικής το οποίο καλείται να αντιμετωπίσει και να επιλύσει η κυβέρνηση αφορά την προώθηση της οικονομικής ανάπτυξης εις βάρος της μείωσης της ανισότητας ή το αντίστροφο. Πιο συγκεκριμένα, διαρθρωτικές αλλαγές που στοχεύουν στην αύξηση του επιπέδου διαβίωσης επηρεάζουν την κατανομή εισοδήματος. Κάποιες όμως φορολογικές μεταρρυθμίσεις που αποσκοπούν στη βελτίωση των προοπτικών ανάπτυξης, καταλήγουν να περιορίζουν την αναδιανομή του εισοδήματος.

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η οικονομική πολιτική που ασκείται από την κυβέρνηση βρίσκεται αντιμέτωπη με αρκετά διλήμματα αλλά και περιορισμούς. Πολλοί ερευνητές έχουν ασχοληθεί με το θέμα της αναδιανομής εισοδήματος μεταξύ διαφορετικών ομάδων εντός της ίδιας οικονομίας. Στη μελέτη τους εξετάζουν τις επιπτώσεις στη γενική δυναμική ισορροπία της οικονομικής πολιτικής μέσα από ένα νεοκλασικό υπόδειγμα ανάπτυξης με χρονικό ορίζοντα διακριτό και άπειρο. Τέτοιες μελέτες έγιναν από τους Feldstein (1974), Grieson (1975), Stiglitz (1978), Boadway (1979), Bernheim (1982), Honna (1981), Judd (1985) και Chamley (1986) κ.ά.

Στη μελέτη που θα κάνουμε εμείς θα χρησιμοποιήσουμε μια εκδοχή του νεοκλασικού υποδείγματος οικονομικής μεγέθυνσης άπειρων χρονικών περιόδων. Υποθέτουμε μια κλειστή οικονομία με δύο πληθυσμιακές ομάδες, τους καπιταλιστές και τους εργαζομένους. Επίσης υποθέτουμε ότι τα άτομα κάθε πληθυσμιακής ομάδας είναι όμοια μεταξύ τους. Στόχος κάθε ατόμου είναι η μεγιστοποίηση της διαχρονικής του χρησιμότητας, γι αυτό και η κάθε ομάδα πληθυσμού έχει τη δική της συνάρτηση ωφέλειας, πάντα υπό τον εισοδηματικό της περιορισμό. Επιπλέον κάθε καπιταλιστής είναι ιδιοκτήτης μιας εταιρίας στην οποία μισθώνει κεφάλαιο και εισπράττει κέρδη. Τέλος, η κυβέρνηση εισπράττει έσοδα από φόρους που επιβάλλει στους καπιταλιστές και στους εργαζομένους τα οποία χρησιμοποιεί για την παραγωγή ενός δημοσίου αγαθού, από το οποίο αντλούν χρησιμότητα, τόσο οι καπιταλιστές, όσο και οι εργαζόμενοι.

Αφού λύσουμε για την ανταγωνιστική ισορροπία του υποδείγματός μας επικεντρωνόμαστε στη μακροχρόνια περίοδο. Εν συνεχεία, υπολογίζουμε τους δείκτες ανισότητας των δύο πληθυσμιακών ομάδων. Υπάρχουν αρκετοί δείκτες που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε. Σε αρκετές ερευνητικές εργασίες χρησιμοποιείται ο δείκτης Gini. Εμείς σε αυτή την εργασία χρησιμοποιούμε το λόγο των καθαρών εισοδημάτων των δύο πληθυσμιακών ομάδων καθώς και το λόγο της φορολογικής τους επιβάρυνσης. Στη συνέχεια, μελετάμε πώς αυτοί οι δύο δείκτες μεταβάλλονται ανάλογα με την οικονομική πολιτική που ακολουθεί η κυβέρνηση και συγκεκριμένα πως αντιδρούν οι δείκτες αυτοί στις μεταβολές του μίγματος φορολογικής πολιτικής.

Τα συμπεράσματα στα οποία οδηγούμαστε από αυτή την ανάλυση φαίνεται ότι σε γενικές γραμμές συνάδουν με την ήδη υπάρχουσα βιβλιογραφία και είναι αρκετά αναμενόμενα. Όσον αφορά στον πρώτο δείκτη, το λόγο του καθαρού εισοδήματος, φαίνεται ότι η οικονομική πολιτική μέσω αύξησης του φόρου εργασίας που επιβάλλεται στους εργαζομένους αυξάνει την ανισότητα. Παρόμοια πορεία έχει και η οικονομική πολιτική μέσω αύξησης του φόρου κατανάλωσης. Αντιθέτως, ο φόρος κεφαλαίου φαίνεται να μειώνει την ανισότητα μεταξύ καπιταλιστών και εργαζομένων. Όσον αφορά το λόγο των φορολογικών επιβαρύνσεων των δύο πληθυσμιακών ομάδων τα αποτελέσματα για τους φόρους εργασίας και κεφαλαίου είναι ακριβώς τα ίδια με αυτά του πρώτου δείκτη. Για την επίδραση του φόρου κατανάλωσης δεν έχουμε καθαρή εικόνα και γι αυτό βρήκαμε συνθήκες για το πότε αμβλύνει και πότε οξύνει την ανισότητα.

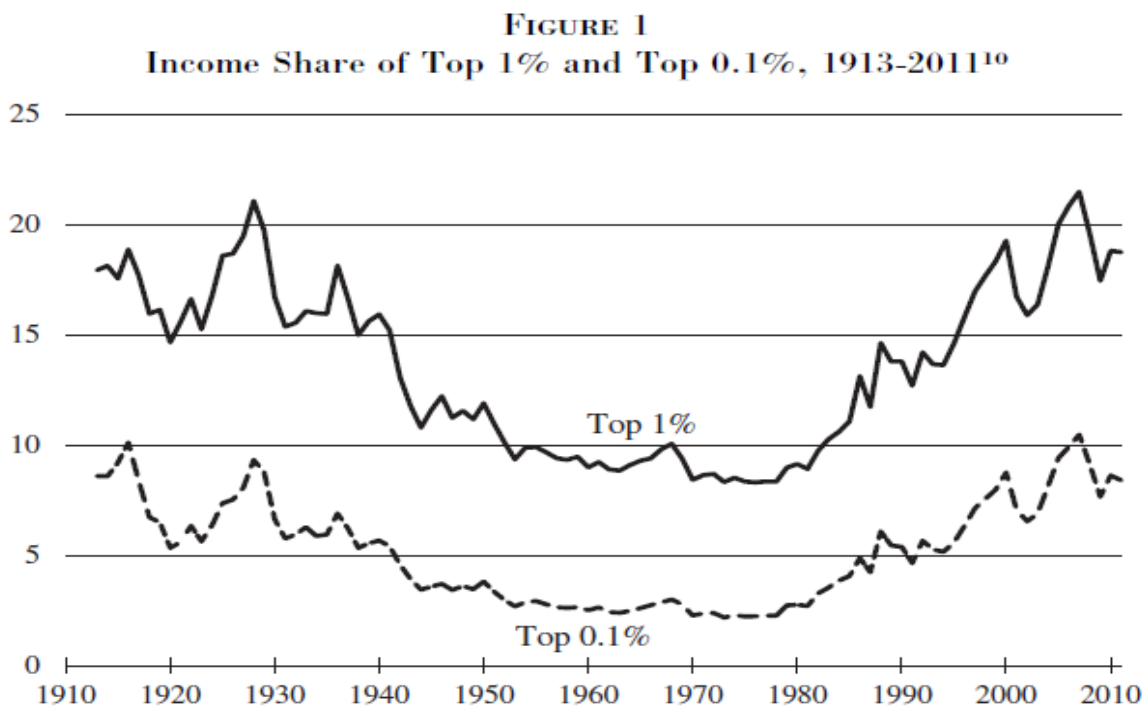
Στη βιβλιογραφία υπάρχει ένας διάλογος για το κατά πόσο θα πρέπει να φορολογείται το εισόδημα από κέρδη κεφαλαίου, θα γίνει όμως πιο λεπτομερής αναφορά στη συνέχεια της εργασίας.

Ειδικότερα στο δεύτερο μέρος της εργασίας αυτής θα κάνουμε μια βιβλιογραφική ανασκόπηση για το θέμα της οικονομικής πολιτικής και την επίδρασή της στην ανισότητα, στο τρίτο μέρος παρουσιάζεται αναλυτικά το μοντέλο με το πρόβλημα που καλείται να αντιμετωπίσει η κάθε πληθυσμιακή ομάδα και η λύση στην μακροχρόνια ισορροπία, ενώ στο τέταρτο κομμάτι θα παρουσιαστούν αναλυτικότερα τα συμπεράσματα της έρευνάς μας και οι συνθήκες για τις οποίες ισχύουν.

2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

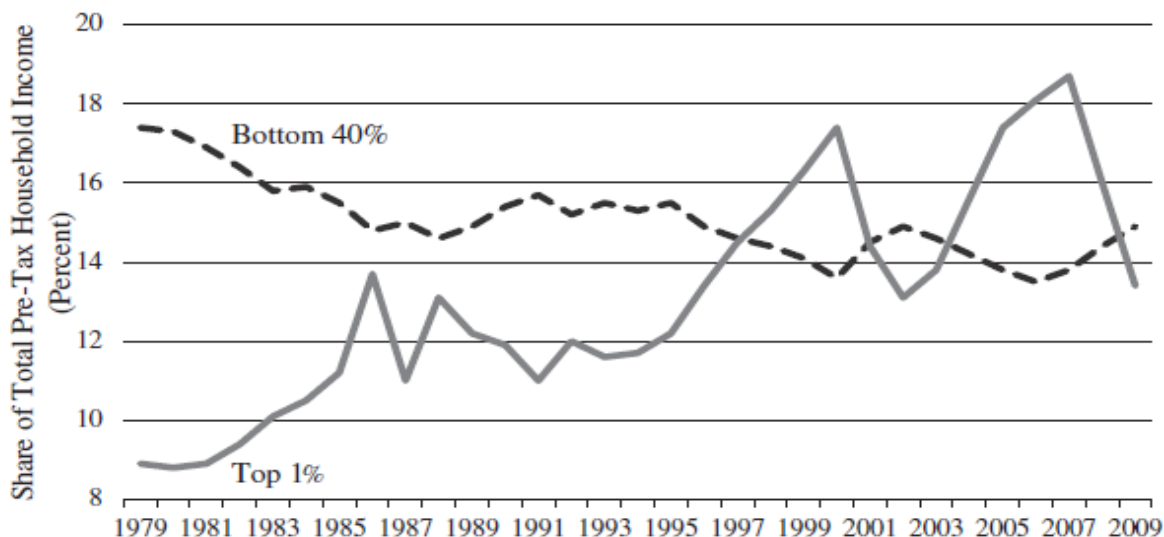
Η οικονομική ανισότητα έχει αρχίσει να αυξάνεται από τη δεκαετία του '70 και πλέον έχει φτάσει σε τόσο υψηλά επίπεδα που όμοια τους παρατηρήθηκαν για τελευταία φορά λίγο πριν την έναρξη της Μεγάλης Ύφεσης. Σε αυτή την ανοδική της τάση έχουν συμβάλει αρκετοί παράγοντες όπως, η αυξανόμενη απόδοση της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, η παγκοσμιοποίηση, οι τεχνολογικές αλλαγές, ο ρόλος των συνδικάτων και άλλων θεσμών, η εξέλιξη μιας ατομιστικής κοινωνίας στην οποία υψηλότερα οφέλη λαμβάνουν μόνο όσοι αποδίδουν καλύτερα, συγκριτικά περισσότερα ακόμα και από εκείνους που βρίσκονται κοντά στην κορυφή, και τέλος η διάβρωση στην αξία του ελάχιστου εισοδήματος. Παρόλο που η αποτελεσματικότερη λύση για την αντιμετώπιση της ακραίας ανισότητας είναι να αντιμετωπιστούν τα υποκείμενα εμπόδια για την επιτυχία, είναι σαφές ότι η φορολογική πολιτική που ασκείται από την κυβέρνηση μπορεί να παίξει σημαντικό ρόλο στην άμβλυνση των ανισοτήτων.

Εάν όλα τα άτομα είχαν τις ίδιες ικανότητες να εισπράττουν εισοδήματα τότε ένας οριζόντιος φόρος θα ήταν η δικαιότερη και η αποτελεσματικότερη επιλογή. Όμως αυτό δεν συμβαίνει και ούτε πρόκειται να συμβεί. Στην πραγματικότητα υπάρχουν σημαντικές διαφορές στις επιλογές που κάνουν οι άνθρωποι όσον αφορά την εργασία τους, την αποταμίευση, την εκπαίδευση που θα λάβουν, όμως οι σημαντικότερες διαφορές παρατηρούνται στην ευφυΐα του ατόμου, στην κληρονομιά του και φυσικά στην τύχη. Αυτές οι διαφορές οδηγούν σε μια άκρως ασύμμετρη κατανομή εισοδήματος, και φυσικά η ανισότητα τείνει να αυξάνει με το πέρασμα του χρόνου. Σύμφωνα με δεδομένα που συνέλλεξαν οι οικονομολόγοι Thomas Picketty και Emmanuel Saez, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι το 2007 το κορυφαίο 1% των νοικοκυριών στις ΗΠΑ ,έλαβε παραπάνω από το 21% από όλα τα εισοδήματα για πρώτη φορά έπειτα από το 1928.



Το παραπάνω διάγραμμα δείχνει ακριβώς αυτό το συμπέρασμα των Picketty και Saez. Κρίνεται, δηλαδή, επιτακτική η ανάγκη για αναδιανομή εισοδήματος μέσω της οικονομικής πολιτικής. Για να δούμε λίγο καλύτερα την κατάσταση που επικρατεί στις ΗΠΑ και να έχουμε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα ας συγκρίνουμε τα εισοδήματα προ φόρων από το 1979 έως το 2009 του υψηλότερου 1% και του χαμηλότερου 40%.

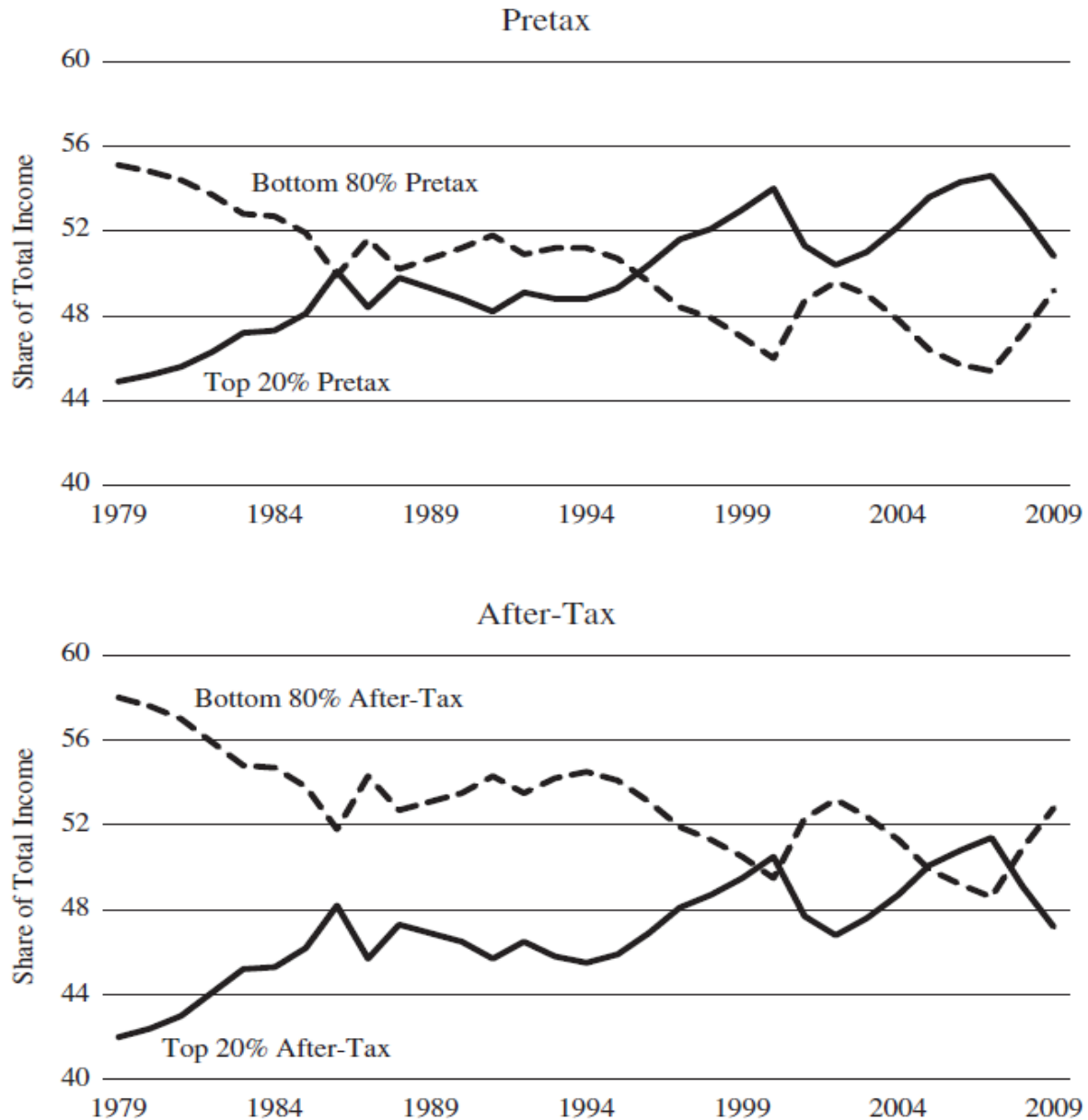
FIGURE 3
Share of Pretax Income Earned by the Top 1% and Bottom 40%,
1979 to 2009¹⁶



Το κατώτατο 40% έλαβε το 17% των εισοδημάτων το 1979, αλλά το μερίδιό του έπεσε κάτω από αυτό του κορυφαίου 1% στα τέλη του 1990. Έλαβαν περίπου το 14% των προ φόρων εισοδημάτων το 2000. Αντίθετα για το κορυφαίο 1% από το 1996 περίπου και έπειτα φαίνεται ότι λαμβάνει μεγαλύτερο μέρος εισοδήματος από το κατώτατο 40% με ένα μικρό διάλειμμα από το 2000 μέχρι το 2003.

Όπως έχει ήδη γίνει κατανοητό, η αμερικανική πολιτική στοχεύει στη μείωση της οικονομικής ανισότητας. Κύριο όργανο της οικονομικής πολιτικής που χρησιμοποιείται από την αμερικανική κυβέρνηση είναι ο φόρος εισοδήματος. Ο εν λόγω φόρος ενώ αρχικά επηρέαζε ένα μικρό κομμάτι του πληθυσμού, κατέληξε να αποτελεί ένα μαζικό φόρο ο οποίος επηρεάζει το σύνολο του πληθυσμού. Ο φόρος αυτός διεκδικεί μεγαλύτερο κομμάτι από τα υψηλότερα τμήματα από ότι διεκδικεί από τα χαμηλότερα τμήματα στην κατανομή εισοδήματος. Δηλαδή αποσκοπεί να μειώσει τα εισοδήματα μετά φόρων των πλουσιότερων αναλογικά περισσότερο από τα εισοδήματα των χαμηλότερων στρωμάτων. Στα δύο επόμενα διαγράμματα παρατηρούμε την οικονομική πολιτική της αμερικανικής κυβέρνησης. Φαίνεται ότι η κατανομή εισοδήματος μετά φόρων είναι όντως πιο ομοιόμορφα κατανεμημένη. Συνεπώς ο φόρος εισοδήματος αποτελεί καλό εργαλείο για τη μείωση της ανισότητας ή τουλάχιστον έτσι δείχνουν τα εμπειρικά στοιχεία από την πολιτική των ΗΠΑ.

FIGURE 6
Pre- and After-Tax Shares of Household Income
for the Top 20% and Bottom 80%, 1979 to 2009³⁰



Το 1979, το χαμηλότερο 80% της κατανομής εισοδήματος κέρδισε το 55% του προ φόρων εισοδήματος ενώ παράλληλα το κορυφαίο 20%, το υπόλοιπο 45%. Με το πέρασμα του χρόνου, τα πλουσιότερα νοικοκυριά άρχισαν να κερδίζουν ακόμα υψηλότερο μερίδιο από το προ φόρων εισόδημα. Στα τέλη της δεκαετίας του '80 και στις αρχές του '90 οι δύο πληθυσμιακές ομάδες φαίνεται πως μοιράζονται το συνολικό εισόδημα στη μέση, ενώ από το '96 το κορυφαίο 20% πήρε προβάδισμα και από τότε το κενό, δηλαδή η ανισότητα των δύο ομάδων πληθυσμού άρχισε να αυξάνεται. Βέβαια οι υφέσεις που έγιναν

το 2000 και το 2007 προσωρινά μείωσαν τη διαφορά. Όμως η προ φόρων τάση φαίνεται να είναι αυξητική. Παρατηρούμε, ξεκάθαρα, πως η οικονομική πολιτική έχει μειώσει την ανισότητα σε σημαντικό βαθμό. (Leonard E. Burman, Taxes and Inequality)

Βέβαια, οι φόροι εισοδήματος είναι οι πλέον στρεβλωτικοί φόροι και έχουν αισθητά αρνητικά αποτελέσματα στη χρήση της εργασίας, στην παραγωγικότητα και τη συσσώρευση κεφαλαίου. Μετατοπίζοντας τη μίξη οικονομικής πολιτικής από τέτοιους φόρους, με κατεύθυνση σε φόρους κατανάλωσης, επιτυγχάνεται αύξηση του βιοτικού επιπέδου. Βέβαια είναι πιθανό να υπάρξει δίλλημα πολιτικής όσον αφορά το στόχο της μείωσης της ανισότητας καθώς οι προσωπικοί φόροι εισοδήματος είναι προοδευτικοί, ενώ οι φόροι κατανάλωσης είναι στην καλύτερη περίπτωση ουδέτεροι στην προοπτική μιας ολόκληρης ζωής. (OECD 2012, "Income inequality and growth: The role of taxes and transfers"). Επομένως, η οικονομική πολιτική της εκάστοτε κυβέρνησης εξαρτάται από τους στόχους που θέτει. Οι φόροι εισοδήματος μπορεί να είναι επιβλαβείς για την ανάπτυξη, ενώ οι φόροι κατανάλωσης προάγουν την ανάπτυξη. Στην περίπτωση, όμως, που η κυβέρνηση θέλει να μειώσει την ανισότητα τότε αυτό δε θα το πετύχει με φόρους στην κατανάλωση, αλλά στο εισόδημα. Αυτό δε σημαίνει απαραίτητα ότι αυξάνουν την ανισότητα μπορεί να μην έχουν κάποια επίδραση, απλώς τα αναδιανεμητικά τους αποτελέσματα δεν είναι το ίδιο ισχυρά με τους φόρους εισοδήματος. Άλλωστε οι δεύτεροι είναι προοδευτικοί φόροι, ενώ οι πρώτοι είναι ενιαίοι.

Σημαντικό ρόλο στην άμβλυνση του προβλήματος της ανισότητας φαίνεται να διαδραματίζει και η πολιτική δύναμη που έχει η κάθε πληθυσμιακή ομάδα εντός της οικονομίας. Οι Alberto Alesina και Dani Rodrik (1991) μελέτησαν ακριβώς αυτή την όψη του σύνθετου προβλήματος της οικονομικής ανισότητας. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποίησαν ένα απλό μοντέλο ενδογενούς ανάπτυξης με αναδιανεμητικές διαμάχες μεταξύ εργασίας και κεφαλαίου. Εστίασαν στην πολιτική διαμάχη ατόμων που αντλούν το εισόδημά τους από κεφάλαιο (καπιταλιστές) και ατόμων που αντλούν τα δικά τους εισοδήματα από την εργασία (εργαζόμενοι). Η κυβέρνηση έχει δύο αποφάσεις να πάρει. Πρώτον, έχει να αποφασίσει το ποσοστό κατά το οποίο θα φορολογήσει το κεφάλαιο. Δεύτερον, την κατανομή των κυβερνητικών δαπανών μεταξύ παραγωγικών δημόσιων επενδύσεων και μεταβιβάσεις προς τους εργαζομένους. Κρατώντας τη σύνθεση των δημόσιων δαπανών σταθερή, ο ρυθμός ανάπτυξης της οικονομίας είναι αύξων ως προς τους φόρους επί του κεφαλαίου για τους "μικρούς" φορολογικούς συντελεστές, και φθίνων ως προς τους φόρους για τις "μεγάλες" τιμές. Συνεπώς, ένας αυστηρά θετικός φορολογικός συντελεστής στο κεφάλαιο μεγιστοποιεί τον ρυθμό ανάπτυξης της οικονομίας. Αντιθέτως, κρατώντας τον φορολογικό συντελεστή σταθερό, η ανάπτυξη μειώνεται λόγω αύξησης της αναδιανομής μέσω μεταβιβάσεων προς τους εργαζομένους, οι οποίοι προσφέρουν εργασία ανελαστικά. Η έρευνα αυτή καταλήγει στο συμπέρασμα πως, υπό αυτό το πλαίσιο αυτό, οι κυβερνήσεις που νοιάζονται για τους καπιταλιστές μόνο, μεγιστοποιούν τους ρυθμούς ανάπτυξης. Αν όμως αποδίδουν κάποιο βάρος στους εργαζομένους θα επιλέξουν χαμηλότερους ρυθμούς ανάπτυξης και θα δώσουν μεγαλύτερη έμφαση στην αναδιανομή. Επιπλέον, η συνεπής με το χρόνο λύση συνεπάγεται ένα σταθερό φορολογικό συντελεστή στο κεφάλαιο και σταθερές μεταβιβάσεις στους εργαζομένους και επομένως σταθερή ανάπτυξη. Τέλος, η λύση του υποδείγματος μας δείχνει ότι οι εργαζόμενοι «χάνουν» στην αρχή, ενώ «κερδίζουν» μετά. Τα αντίστροφα ισχύουν φυσικά για του καπιταλιστές. (Alberto Alesina and Dani Rodrik, "Distributive Politics and Economic Growth", 1991) Βλέπουμε, δηλαδή, ότι όσο πιο πολύ ενδιαφέρεται η κυβέρνηση για τους εργαζομένους, τόσο πιο

υψηλά φορολογεί το κεφάλαιο και αναδιανέμει εισόδημα υπέρ των εργαζομένων, μειώνοντας έτσι την ανισότητα.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι υπάρχει σημαντική συζήτηση στην ακαδημαϊκή κοινότητα που αφορά τη φορολογική πολιτική, σχετικά με το αν πρέπει το εισόδημα που προέρχεται από το κεφάλαιο να φορολογείται και αν ναι, σε τι βαθμό. Το επιχείρημα για ένα μηδενικό φόρο έγκειται στα αποτρεπτικά αποτελέσματα ενός τέτοιου φόρου στη διαχρονική κατανομή των πόρων. Το επιχείρημα αυτό είναι απόρροια του θεωρήματος Atkinson-Stiglitz. Δηλαδή, σε ένα μοντέλο κύκλου ζωής, η φορολόγηση των εισοδημάτων από το κεφάλαιο είναι ισοδύναμη με ένα φόρο στη μελλοντική κατανάλωση ο οποίος στην ουσία είναι φόρος εμπορεύσιμου αγαθού. Κάποιες έρευνες, όπως αυτές των Christophe Chamley (1986) και Kenneth Judd (1985) φαίνεται να συμφωνούν με αυτό το συμπέρασμα ότι δηλαδή στη μακροχρόνια περίοδο ο άριστος φορολογικός συντελεστής κεφαλαίου τείνει στο μηδέν. Αντίθετα, άλλες έρευνες, όπως αυτή του Helmuth Cremer (2003) παρουσιάζουν κίνητρα τα οποία οδηγούν στο να απομακρυνόμαστε από τη μηδενική φορολόγηση του κεφαλαίου.

Οι μελέτες για τη δεύτερη άριστη φορολόγηση, όπως αυτή του Chamley υποδεικνύουν ότι οι βέλτιστοι φορολογικοί συντελεστές των εισοδημάτων από κεφάλαιο δεν είναι μηδέν, εκτός από περιπτώσεις με αυστηρές υποθέσεις για τις προτιμήσεις των ατόμων. Το βασικό αποτέλεσμα της δουλειάς του Chamley είναι ότι στη μακροχρόνια περίοδο ο βέλτιστος φορολογικός συντελεστής των εισοδημάτων από το κεφάλαιο όταν τα άτομα έχουν άπειρο χρονικό ορίζοντα και συνάρτηση χρησιμότητας αρκετά γενικής μορφής τείνει στο μηδέν. Η διαφορά αυτή έγκειται στο γεγονός ότι προηγούμενες έρευνες δεύτερης άριστης φορολόγησης σε δυναμική γενική ισορροπία βασίζονταν σε μοντέλα κύκλου ζωής με περιορισμένο πεδίο εφαρμογής για διαχρονική υποκατάσταση. Τα αποτελέσματα της μελέτης είναι απλά αλλά ισχυρά. Όταν οι καταναλωτικές αποφάσεις σε μια δεδομένη χρονική περίοδο έχουν αμελητέα επίδραση στη δομή των προτιμήσεων για περιόδους στο μακρινό μέλλον, τότε ο δεύτερος καλύτερος φορολογικός συντελεστής επί των εισοδημάτων κεφαλαίου τείνει στο μηδέν σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα. Αυτή η πρόταση δεν έρχεται σε αντιδιαστολή με τις πρότυπες ιδιότητες της δεύτερης καλύτερης φορολόγησης στο πλαίσιο του κύκλου ζωής, που εξαρτάται από τη μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας και ενός επαρκούς αριθμού εργαλείων δημοσιονομικής πολιτικής. Αν υπάρχει ένας ενιαίος φόρος στα εισοδήματα κεφαλαίου και τα άτομα έχουν ένα λειτουργικό κίνητρο κληροδότησης, τότε το θέμα της μακροχρόνιας αποτελεσματικότητας μεταξύ των γενεών υπερέχει από το πρόβλημα της αποτελεσματικότητας του κύκλου ζωής. Ο μακροχρόνια άριστος φόρος είναι μηδέν. Επιπλέον, ενώ ο φόρος στα εισοδήματα κεφαλαίου συχνά θεωρείται ένα χρήσιμο όργανο για αναδιανομή εισοδήματος, σε αυτό το πλαίσιο που αναλύεται από τον Chamley, φαίνεται πως όταν τα άτομα έχουν πολλές ζωές, ένας μόνιμος φόρος δε θα ήταν αποτελεσματικός ως όργανο αναδιανεμητικής πολιτικής. (Christophe Chamley, Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives, 1986)

Ο Kenneth Judd στην έρευνά του, εξετάζει την επίπτωση της φορολόγησης του κεφαλαίου στη δυναμική γενική ισορροπία σε ένα υπόδειγμα ανάπτυξης με τέλεια προβλεπτική ικανότητα όπου η συσσώρευση κεφαλαίου καθορίζεται από τη μεγιστοποίηση μιας δυναμικής συνάρτησης χρησιμότητας των ιδιοκτητών του κεφαλαίου. Σε ένα τέτοιο μοντέλο εξετάζει τόσο τις επιδράσεις της πρόβλεψης που λείπουν από τα νεοκλασικά μοντέλα ανάπτυξης, όσο και την οριακή δυναμική αξία μια φορολογικής

αλλαγής, την οποία και υπολογίζει λαμβάνοντας υπόψη και τη διαδικασία προσαρμογής μέχρι τη μακροχρόνια ισορροπία. Η έρευνα του Judd καταλήγει σε δύο επαναλαμβανόμενα θέματα, το ένα αναμενόμενο ενώ το άλλο όχι. Πρώτον, η ανελαστική βραχυχρόνια προσφορά του κεφαλαίου καθιστά τόσο την προσωρινή όσο και τη μόνιμη μη αναμενόμενη αύξηση στο φόρο κεφαλαίου που στοχεύει στην αναδιανομή, επιθυμητή από τα άτομα που κατέχουν το λιγότερο κεφάλαιο, δηλαδή τους εργαζομένους. Αυτό ελλοχεύει τον κίνδυνο ότι μια φτωχή αλλά πολιτικά ισχυρή πλειοψηφία θα πιέσει για την επιβολή ενός μη αναμενόμενου φόρου εισοδήματος ώστε να αυξηθεί η αναδιανομή και να μειωθεί η ανισότητα. Δεύτερον, τα μακροχρόνια κίνητρα είναι αρκετά διαφορετικά από τη στιγμή που αν οι εργαζόμενοι και οι καπιταλιστές έχουν το ίδιο επιτόκιο προτίμησης όσον αφορά το χρόνο στη μακροχρόνια ισορροπία, ο άριστος αναδιανεμητικός φόρος κεφαλαίου και για τις δύο πληθυσμιακές ομάδες τείνει ασυμπτωτικά στο μηδέν. Βέβαια, αυτά τα συμπεράσματα τείνουν να έρχονται σε αντιδιαστολή με νεοκλασικές αναλύσεις ανάπτυξης όπως αυτές των Hamada (1967), Homma (1981), Pestieau και Possen (1978) και Stiglitz (1978) οι οποίοι υποστηρίζουν ότι κάποια αναδιανομή είναι ευεργετική για τους εργαζομένους ακόμα και στη μακροχρόνια περίοδο. Τρίτον, όταν συγκρίνουμε τη σχετική σημασία των βραχυχρόνιων με των μακροχρόνιων επιπτώσεων, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι τα μακροχρόνια αποτελέσματα είναι ουσιώδη, ενώ ο Boadway έδειξε ότι στα νεοκλασικά υποδείγματα ανάπτυξης αυτά τα αποτελέσματα είναι ήσσονος σημασίας μιας και η διαδικασία προσαρμογής είναι αργή. Συνοψίζοντας όλα τα συμπεράσματα που εξήγαγε ο Judd από την έρευνα του διαπιστώνουμε ότι η αναδιανομή εισοδήματος μέσω φόρων κεφαλαίου είναι αποτελεσματική μόνο στην περίπτωση που είναι μη αναμενόμενη και μπορεί να διαρκέσει εάν οι κυβερνήσεις δεν μπορούν να μείνουν πιστές σε χαμηλή μακροχρόνια φορολόγηση. (Kenneth L. Judd, *Redistributive Taxation in a Simple Perfect Foresight Model*, 1985)

Από την άλλη μεριά, ερευνητές όπως ο Helmuth Cremer ερεύνησαν και καθόρισαν τα κίνητρα τα οποία οδηγούν στη μη μηδενική φορολόγηση του κεφαλαίου. Υποθέτει ένα υπόδειγμα επικαλυπτόμενων γενεών με δύο γενιές στο οποίο τα άτομα αντλούν χρησιμότητα από την τωρινή και τη μελλοντική κατανάλωση, τηνσχόλη και από την προοπτική να αφήσουν στους απογόνους τους κληροδοτήματα. Κάθε άτομο χαρακτηρίζεται από δύο παραμέτρους: την παραγωγικότητα του και τον αρχικό του πλούτο που κληρονόμησε. Επικεντρώνεται στη λύση μακροχρόνιας ισορροπίας. Η συσσώρευση κεφαλαίου εξαρτάται από την αποταμίευση η οποία με τη σειρά της εξαρτάται από δύο παράγοντες: την κατανάλωση της δεύτερης περιόδου και τα κληροδοτήματα. Υιοθετείται μια συγκεκριμένη τεχνολογία κληροδοτήματος. Υπάρχουν δύο πιθανά επίπεδα κληροδοτήματος, χαμηλά και υψηλά. Όσο περισσότερο επενδύουν οι γονείς σε αυτή την τεχνολογία, τόσο πιο πιθανό είναι οι απόγονοί τους να κληρονομήσουν το υψηλό επίπεδο. Τα κληροδοτήματα παρακινούνται από ένα επιχείρημα ευτυχίας του να δίνεις γνωστό στη βιβλιογραφία και ως “warm glow effect” (Andreoni, 1990). Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, υπάρχουν δύο λόγοι για να ξεφεύγουν από τον κανόνα του μηδενικού φόρου κεφαλαίου. Ο πρώτος είναι ο ίδιος με αυτόν στο άρθρο του Cremer (2001): με το να φορολογείς (ή να επιδοτείς) τα εισοδήματα προερχόμενα από το κεφάλαιο, έμμεσα πιάνεις και τον κληρονομητέο πλούτο που εξ υποθέσεως ξεφεύγει από την φορολογία. Δεν αποτελεί έκπληξη ότι αυτός ο λόγος είναι αρκετά πειστικός όταν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ παραγωγικότητας της εργασίας και κληρονομητέου πλούτου. Το δεύτερο επιχείρημα συνήθως κατευθύνεται υπέρ της επιχορήγησης των εισοδημάτων από το κεφάλαιο, επειδή η προσπάθεια για να κληροδοτήσεις μέρος της περιουσίας σου στην επόμενη γενιά

δημιουργεί επιπρόσθετους πόρους στην οικονομία και φυσικά αυτό είναι κάτι που πρέπει να ενθαρρύνεται. (Helmuth Cremer, Multi-Dimensional Heterogeneity and the Design of Tax Policies, 2003)

3. Το μοντέλο

Υποθέτουμε μια κλειστή οικονομία, με δύο ομάδες πληθυσμού, τους καπιταλιστές και τους εργαζομένους. Τα μέλη κάθε μιας ομάδας είναι όμοια. Ο χρονικός ορίζοντας είναι διακριτός και άπειρος. Το άθροισμα των καπιταλιστών και των εργαζομένων αποτελεί τον συνολικό πληθυσμό της οικονομίας. Πιο συγκεκριμένα:

$$N^k + N^w = N \Rightarrow n^k + n^w = 1$$

3.1 Το πρόβλημα των Καπιταλιστών

Κάθε καπιταλιστής είναι ιδιοκτήτης μιας επιχείρησης από τη λειτουργία της οποίας αντλεί μερίσματα, δεν εργάζεται ενώ αποταμιεύει σε φυσικό κεφάλαιο. Το φυσικό κεφάλαιο θα είναι το μόνο περιουσιακό στοιχείο στην οικονομία και αποσβένεται κατά ποσοστό $\delta > 0$. Κάθε καπιταλιστής αντλεί χρησιμότητα από την ιδιωτική του κατανάλωση και από ένα δημόσιο αγαθό το οποίο αυξάνει την ωφέλεια του. Επομένως, κάθε όμοιος καπιταλιστής επιλέγει την κατανάλωση και το κεφάλαιο που θα επενδύσει ούτως ώστε να μεγιστοποιήσει τη διαχρονική του χρησιμότητα κάτω από τον εισοδηματικό περιορισμό σύμφωνα με τον οποίο η μετά φόρου κατανάλωση συν τις επενδύσεις πρέπει να ισούται με τα κέρδη των επιχειρήσεων μετά την επιβολή του φόρου κατανάλωσης. Άρα αλγεβρικά το πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι καπιταλιστές είναι το ακόλουθο:

$$\begin{aligned} \max_{c_t^k, k_{t+1}^k} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t * [\mu_1 * \log c_t^k + \mu_3 * \log g_t] \quad \text{subject to} \quad & (1 + \tau_t^c) * c_t^k + k_{t+1}^k - (1 - \delta)k_t^k \\ & = (1 - \tau_t^k) * (r_t * k_t + \Pi_t^k) \end{aligned}$$

Όπου: c_t^k είναι η ιδιωτική κατανάλωση των καπιταλιστών, g_t είναι το δημόσιο αγαθό, μ_1, μ_3 είναι σταθερές που δείχνουν τη σημασία του κάθε στοιχείου για τη συνολική ωφέλεια, τ_t^c είναι ο φόρος κατανάλωσης, k_t^k, k_{t+1}^k είναι το φυσικό κεφάλαιο της τρέχουσας και της επόμενης περιόδου, τ_t^k είναι ο φόρος κεφαλαίου, r_t είναι το ενοίκιο που πληρώνουν οι επιχειρήσεις για τη χρήση του κεφαλαίου και τέλος Π_t^k είναι τα κέρδη των καπιταλιστών.

Η λαγραζιανή συνάρτηση του προβλήματος που αντιμετωπίζουν οι καπιταλιστές είναι η εξής:

$$\begin{aligned} L^k = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t * [\mu_1 * \log c_t^k + \mu_3 * \log g_t + \lambda_t * [(1 - \tau_t^k) * (r_t * k_t + \Pi_t^k) - (1 + \tau_t^c) * c_t^k - k_{t+1}^k \\ + (1 - \delta) * k_t^k]] \end{aligned}$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης (First order conditions – FOCS) ως προς c_t^k και k_{t+1}^k είναι οι ακόλουθες:

With respect to c_t^k : $\frac{\mu_1}{c_t^k} - \lambda_t * (1 + \tau_t^c) = 0 \Rightarrow \lambda_t = \frac{\mu_1}{c_t^k * (1 + \tau_t^c)} \quad (1)$

With respect to k_{t+1} :

$$-\beta^t * \lambda_t + \beta^{t+1} * \lambda_{t+1} * [(1 - \tau_{t+1}^k) + r_{t+1} + (1 - \delta)] = 0 \xRightarrow{\frac{\beta^{t+1}}{\beta^t} = \beta} \lambda_t = \beta * \lambda_{t+1} * [(1 - \tau_{t+1}^k) + r_{t+1} + (1 - \delta)] \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \frac{\mu_1}{(1 + \tau_t^c) * c_t^k} &= \beta * \lambda_{t+1} * [(1 - \tau_{t+1}^k) + r_{t+1} + (1 - \delta)] \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\mu_1}{(1 + \tau_t^c) * c_t^k} &= \beta * \frac{\mu_1}{(1 + \tau_{t+1}^c) * c_{t+1}^k} * [(1 - \tau_{t+1}^k) + r_{t+1} + (1 - \delta)] \Rightarrow \\ \Rightarrow (1 + \tau_{t+1}^c) * c_{t+1}^k &= \beta * (1 + \tau_t^c) * c_t^k * [(1 - \tau_{t+1}^k) + r_{t+1} + (1 - \delta)] \quad (3) \end{aligned}$$

3.2 Το πρόβλημα των εργαζομένων

Κάθε εργαζόμενος υποθέτουμε ότι προσφέρει εργασία στις επιχειρήσεις από τις οποίες εισπράττει μισθό w_t . Επιπλέον δεν δανείζεται και δεν αποταμιεύει, ενώ σε κάθε χρονική περίοδο καταναλώνει όλο το εισόδημά του. Ο κάθε ένας όμοιος εργαζόμενος αντλεί ευημερία από την ιδιωτική του κατανάλωση, από τον ελεύθερο χρόνο του και από ένα δημόσιο αγαθό, όπως ακριβώς και ο κάθε όμοιος καπιταλιστής. Συνεπώς, επιλέγει την κατανάλωση και την εργασία που θα προσφέρει ώστε να μεγιστοποιήσει τη διαχρονική του χρησιμότητα, υπό τον εισοδηματικό περιορισμό, παίρνοντας ως δεδομένα το μισθό, την οικονομική πολιτική και το δημόσιο αγαθό. Το πρόβλημα μεγιστοποίησης που αντιμετωπίζει ο εργαζόμενος είναι το ακόλουθο:

$$\max_{l_t^w, c_t^w} \sum_{t=0}^{\infty} [\mu_1 * \log c_t^w + \mu_2 * (1 - l_t^w) + \mu_3 * \log g_t] \text{ subject to } (1 + \tau_t^c) * c_t^w = (1 - \tau_t^l) * w_t * l_t^w,$$

όπου: c_t^w είναι η ιδιωτική κατανάλωση του εργαζόμενου, l_t^w είναι η εργασία που προσφέρει στις επιχειρήσεις, g_t το δημόσιο αγαθό, μ_1, μ_2, μ_3 σταθερές που δείχνουν την επίδραση του κάθε στοιχείου της ευημερίας στη συνολική, τ_t^c είναι ο φόρος κατανάλωσης, τ_t^l είναι ο φόρος εργασίας και τέλος w_t είναι ο μισθός που εισπράττει ο εργαζόμενος από τις επιχειρήσεις.

Για κάθε όμοιο εργαζόμενο στόχος είναι η μεγιστοποίηση της παρακάτω λαγραζιανής συνάρτησης:

$$L^w = \sum_{t=0}^{\infty} [\mu_1 * \log c_t^w + \mu_2 * \log(1 - l_t^w) + \mu_3 * \log g_t], \text{ όπου } c_t^w = \frac{(1 - \tau_t^l) * w_t * l_t^w}{1 + \tau_t^c}$$

Παρατηρούμε ότι το πρόβλημα του κάθε εργαζόμενου είναι πλέον στατικό.

Η συνθήκη πρώτης τάξης (First order condition – FOC) ως προς l_t^w είναι οι ακόλουθη

With respect to l_t^w :

$$\frac{\mu_1}{c_t^w} * \frac{(1 - \tau_t^l) * w_t}{1 + \tau_t^c} - \frac{\mu_2}{1 - l_t^w} = 0 \Rightarrow \frac{\mu_1 * (1 - \tau_t^l) * w_t}{(1 + \tau_t^c) * c_t^w} = \frac{\mu_2}{1 - l_t^w} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_1 * (1 - \tau_t^l) * w_t * (1 - l_t^w) = \mu_2 * (1 + \tau_t^c) * c_t^w \quad (4)$$

3.3 Το πρόβλημα της επιχείρησης

Υπάρχουν $N^f = N^k$ όμοιες επιχειρήσεις που παράγουν ένα μοναδικό αγαθό χρησιμοποιώντας κεφάλαιο και εργασία. Πιο συγκεκριμένα, για να το πετύχουν αυτό, μισθώνουν εργασία από τους εργαζομένους καταβάλλοντας μισθό w_t και κεφάλαιο από τους καπιταλιστές και δημιουργούν κέρδη για τους τελευταίους ως ιδιοκτήτες των επιχειρήσεων. Το πρόβλημα μεγιστοποίησης που καλείται να επιλύσει κάθε όμοια επιχείρηση είναι:

$$\max_{k_t^f, l_t^f} \Pi_t^f = Y_t^f - r_t * k_t^f - w_t * l_t^f \quad \text{subject to} \quad Y_t = A * k_t^{f^a} * l_t^{f^{1-a}},$$

όπου: Π_t^f είναι τα κέρδη κάθε επιχείρησης, Y_t^f είναι η νεοκλασική συνάρτηση παραγωγής, r_t το ενοίκιο που πληρώνουν οι επιχειρήσεις για το κεφάλαιο k_t^f των καπιταλιστών, w_t είναι ο μισθός που πληρώνουν στους εργαζομένους για την εργασία που προσφέρουν στην επιχείρηση l_t^f και A μια σταθερά.

Επομένως το πρόβλημα μεγιστοποίησης που καλείται να επιλύσει κάθε μια όμοια επιχείρηση αντικαθιστώντας την συνάρτηση παραγωγής είναι το ακόλουθο:

$$\max_{k_t^f, l_t^f} \Pi_t^f = A * k_t^{f^a} * l_t^{f^{1-a}} - r_t * k_t^f - w_t * l_t^f$$

Οι συνθήκες πρώτης τάξης ως προς k_t^f , l_t^f είναι:

$$r_t = a * A * k_t^{f^{a-1}} * l_t^{f^{1-a}} \quad (5)$$

$$w_t = (1 - a) * A * k_t^{f^a} * l_t^{f^{-a}} \quad (6)$$

$$\Pi_t^f = 0 \quad (7)$$

3.4 Ο ρόλος του κράτους

Το κράτος φορολογεί όλες τις πηγές εισοδήματος των καπιταλιστών και των εργαζομένων, καθώς και την κατανάλωση και το φυσικό κεφάλαιο. Με τα συλλεχθέντα φορολογικά έσοδα χρηματοδοτεί την παραγωγή ενός δημοσίου αγαθού. Ο εισοδηματικός περιορισμός της κυβέρνησης είναι ισοσκελισμένος και έχει την ακόλουθη μορφή:

$$G_t = \tau_t^c * (N^k * c_t^k + N^w * c_t^w) + \tau_t^k * N^k * (r_t * k_t^k + \Pi_t^k) + \tau_t^l * N^w * w_t * l_t^w$$

Όπου: $\tau_t^c, \tau_t^k, \tau_t^l$ είναι τα στοιχεία της οικονομικής πολιτικής της κυβέρνησης, N^k ο αριθμός των καπιταλιστών στην οικονομία, N^w είναι ο αριθμός των εργαζομένων στην οικονομία, c_t^k είναι η ιδιωτική κατανάλωση των καπιταλιστών, c_t^w είναι η ιδιωτική κατανάλωση του εργαζόμενου, k_t^k είναι το φυσικό κεφάλαιο της τρέχουσας και της επόμενης περιόδου, w_t είναι ο μισθός που εισπράττει ο εργαζόμενος από τις επιχειρήσεις, l_t^w είναι η εργασία που προσφέρει στις επιχειρήσεις και τέλος Π_t^k είναι τα κέρδη κάθε επιχείρησης.

Λόγω της σχέσης (7) και διαιρώντας τη σχέση που προκύπτει με το συνολικό πληθυσμό της οικονομίας N , έχουμε:

$$G_t = \tau_t^c * (N^k * c_t^k + N^w * c_t^w) + \tau_t^k * N^k * r_t * k_t^k + \tau_t^l * N^w * w_t * l_t^w$$

$$\xrightarrow{(:)N} g_t = \tau_t^c * (n^k * c_t^k + n^w * c_t^w) + \tau_t^k * n^k * r_t * k_t^k + \tau_t^l * n^w * w_t * l_t^w \quad (8)$$

3.5 Ανταγωνιστική Ισορροπία

Στην ανταγωνιστική ισορροπία, οι συνθήκες που καθαρίζουν την αγορά είναι οι ακόλουθες:

- i. Πρέπει το συνολικό κεφάλαιο που ζητούν οι επιχειρήσεις να ισούται με το συνολικό κεφάλαιο που προσφέρεται από τους καπιταλιστές

$$N^f * k_t^f = N^k * k_t^k \xrightarrow{N^f=N^k} k_t^f = k_t^k = k_t$$

- ii. Η συνολική εργασία που ζητούν οι επιχειρήσεις πρέπει να ισούται με τη συνολική εργασία που προσφέρεται από τους εργαζόμενους

$$N^f * l_t^f = N^w * l_t^w \Rightarrow l_t^f = \frac{n^w}{n^k} * l_t^w$$

- iii. Τα συνολικά κέρδη των επιχειρήσεων θα πρέπει να ισούνται με τα συνολικά μερίσματα που λαμβάνουν οι καπιταλιστές

$$N^f * \Pi_t^f = N^k * \Pi_t^k \Rightarrow \Pi_t^f = \Pi_t^k$$

Συνεπώς οι εξισώσεις που έχουμε συνολικά στην ανταγωνιστική ισορροπία, αφού λάβουμε υπόψη μας τις συνθήκες που καθαρίζουν την αγορά είναι οι παρακάτω:

$$(1 + \tau_{t+1}^c) * c_{t+1}^k = \beta * (1 + \tau_t^c) * c_t^k * [(1 - \tau_{t+1}^k) * r_{t+1} + (1 - \delta)] \quad (3)$$

$$\mu_1 * (1 - \tau_t^l) * w_t * (1 - l_t^w) = \mu_2 * (1 + \tau_t^c) * c_t^w \quad (4)$$

$$r_t = a * A * k_t^{a-1} * \left(\frac{n^w}{n^k} * l_t^w\right)^{1-a} \quad (5)$$

$$w_t = (1 - a) * A * k_t^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * l_t^w\right)^{-a} \quad (6)$$

$$g_t = \tau_t^c * (n^k * c_t^k + n^w * c_t^w) + \tau_t^k * n^k * r_t * k_t^k + \tau_t^l * n^w * w_t * l_t^w \quad (8)$$

$$(1 + \tau_t^c) * c_t^k + k_{t+1}^k - (1 - \delta)k_t^k = (1 - \tau_t^k) * r_t * k_t \quad (9)$$

$$(1 + \tau_t^c) * c_t^w = (1 - \tau_t^l) * w_t * l_t^w \quad (10)$$

$$Y_t = A * k_t^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * l_t^w\right)^{1-a} \quad (11)$$

Βλέπουμε, δηλαδή, ότι έχουμε 8 εξισώσεις για 8 αγνώστους οι οποίοι είναι οι εξής: $c_t^k, c_t^w, k_{t+1}, l_t^w, Y_t, r_t, w_t, g_t$ δεδομένων των $\tau_t^c, \tau_t^k, \tau_t^l$.

3.6 Μακροχρόνια Ανταγωνιστική Ισορροπία

Στη μακροχρόνια ισορροπία θα ισχύει ότι:

- $c_t^k = c_{t+1}^k = c^k$
- $c_t^w = c_{t+1}^w = c^w$
- $k_t = k_{t+1} = k$
- $l_t^w = l_{t+1}^w = l^w$
- $Y_t = Y_{t+1} = Y$
- $r_t = r_{t+1} = r$
- $w_t = w_{t+1} = w$
- $g_t = g_{t+1} = g$

Αυτό συμβαίνει διότι έχουμε φθίνουσες αποδόσεις κλίμακας και συνεπώς κάποια στιγμή (μακροχρόνια) το προϊόν Y_t δε θα αυξάνεται άλλο καθώς και όλα όσα σχετίζονται με αυτό.

Επομένως, αντικαθιστώντας στις 8 παραπάνω εξισώσεις της υποενότητας 3.5 τις μεταβλητές ως έχουν στη μακροχρόνια ισορροπία παίρνουμε τις εξής σχέσεις:

$$(3) \Rightarrow (1 + \tau^c) * c^k = \beta * (1 + \tau^c) * c^k * [(1 - \tau^k) * r + (1 - \delta)]$$

$$\Rightarrow 1 = \beta * [(1 - \tau^k) * r + (1 - \delta)] \Rightarrow \frac{1}{\beta} = (1 - \tau^k) * r + (1 - \delta)$$

$$\Rightarrow r = \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} \quad (12)$$

$$(4) \Rightarrow \mu_1 * (1 - \tau^l) * w * (1 - l^w) = \mu_2 * (1 + \tau^c) * c^w \quad (13)$$

$$(5) \Rightarrow r = a * A * k^{a-1} * \left(\frac{n^w}{n^k} * l^w \right)^{1-a}$$

$$(6) \Rightarrow w = (1 - a) * A * k^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * l^w \right)^{-a}$$

$$(8) \Rightarrow g = \tau^c * (n^k * c^k + n^w * c^w) + \tau^k * n^k * r * k + \tau^l * w * n^w * l^w$$

$$(9) \Rightarrow (1 + \tau^c) * c^k + k - (1 - \delta) * k = (1 - \tau^k) * r * k$$

$$\Rightarrow (1 + \tau^c) * c^k + \delta * k = (1 - \tau^k) * r * k$$

$$(10) \Rightarrow (1 + \tau^c) * c^w = (1 - \tau^l) * w * l^w \Rightarrow c^w = \frac{(1 - \tau^l) * w * l^w}{(1 + \tau^c)} \quad (14)$$

Επομένως από τις σχέσεις (13) και (14) προκύπτει ότι:

$$\mu_1 * (1 - \tau^l) * w * (1 - l^w) = \mu_2 * (1 + \tau^c) * \frac{(1 - \tau^l) * w * l^w}{(1 + \tau^c)} \Rightarrow l^w = \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \quad (15)$$

$$(11) \Rightarrow Y = A * k^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * l^w \right)^{1-a}$$

Η σχέση (5) λύνοντας ως προς k και αντικαθιστώντας τις σχέσεις (12) και (15) μας δίνει το κεφάλαιο τη μακροχρόνια περίοδο:

$$k = \left(\frac{r}{a * A * \left(\frac{n^w}{n^k} * l^w \right)^{1-a}} \right)^{\frac{1}{a-1}} \Rightarrow k = \left(\frac{\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)}}{a * A * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^{1-a}} \right)^{\frac{1}{a-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^{1-a}} \right)^{\frac{1}{a-1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) \quad (16)$$

Η σχέση (6) σε συνδυασμό με την (15) και την (16) μας δίνει το μακροχρόνιο μισθό των εργαζομένων:

$$w = (1 - a) * A * k^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * l^w \right)^{-a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^{-a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} \quad (17)$$

Η σχέση (14) σε συνδυασμό με τις (15) και (17) δίνει την ιδιωτική κατανάλωση του κάθε εργαζομένου μακροχρόνια:

$$c^w = \frac{(1 - \tau^l) * w * l^w}{(1 + \tau^c)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^w = \frac{(1 - \tau^l) * (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}}{(1 + \tau^c)} \quad (18)$$

Η σχέση (9) λύνοντας ως προς c^k και αντικαθιστώντας τις σχέσεις (12) και (16) δίνει την ιδιωτική κατανάλωση των καπιταλιστών. Άρα:

$$c^k = \frac{[(1 - \tau^k) * r - \delta] * k}{(1 + \tau^c)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c^k = \frac{\left[(1 - \tau^k) * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} - \delta \right] * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)}{(1 + \tau^c)}$$

$$\Rightarrow c^k = \frac{\left[\frac{1-\beta}{\beta}\right] * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A}\right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\right)}{(1+\tau^c)} \quad (19)$$

Η σχέση (11) σε συνδυασμό με τις (15), (16) δίνει το προϊόν της οικονομίας μακροχρόνια. Συνεπώς:

$$\begin{aligned} Y &= A * k^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * l^w\right)^{1-a} \Rightarrow \\ \Rightarrow Y &= A * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A}\right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\right)^a * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\right)^{1-a} \Rightarrow \\ \Rightarrow Y &= A * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A}\right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\right) \quad (20) \end{aligned}$$

Τέλος, η σχέση (7) σε συνδυασμό με τις σχέσεις (12),(14),(15),(16),(17),(19) μας δίνει το μακροχρόνιο προϋπολογισμό της κυβέρνησης. Οπότε:

$$\begin{aligned} g &= \tau^c * (n^k * c^k + n^w * c^w) + \tau^k * n^k * r * k + \tau^l * w * n^w * l^w \Rightarrow \\ \Rightarrow g &= \tau^c * \left[n^k * \left(\frac{\left[\frac{1-\beta}{\beta}\right] * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A}\right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}\right)}{(1+\tau^c)} \right) + n^w \right. \\ &\quad * \left. \left(\frac{(1-\tau^l) * (1-a) * A * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A}\right)^{\frac{a}{a-1}} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}}{(1+\tau^c)} \right) \right] + \tau^k * n^k \\ &\quad * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k)} \right) * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) + \tau^l * (1-a) * A \\ &\quad * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * n^w * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \quad (21) \end{aligned}$$

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι οι σχέσεις (12),(15),(16),(17),(18),(19),(20),(21) μας περιγράφουν την μακροχρόνια ισορροπία της οικονομίας μας δεδομένων των παραμέτρων και της οικονομικής πολιτικής.

3.7 Η επίπτωση του μίγματος οικονομικής πολιτικής στους δείκτες οικονομικής ανισότητας

Για να μετρήσουμε την ανισότητα μεταξύ καπιταλιστών και εργαζομένων θα χρησιμοποιήσουμε ως δείκτες μέτρησης το Καθαρό εισόδημα (Net Income) που έχει η κάθε μία ομάδα πληθυσμού καθώς και το Φορολογικό βάρος (Tax Burden) των δύο αυτών πληθυσμιακών ομάδων.

- Όσον αφορά τον πρώτο δείκτη μέτρησης της ανισότητας:
 - Το καθαρό εισόδημα των καπιταλιστών είναι η διαφορά του ακαθάριστου εισοδήματος τους μείον τους φόρους κατανάλωσης και κεφαλαίου.

$$NI^k = r_t * k_t^k + \Pi_t^k - \tau_t^c * c_t^k - \tau_t^k * (r_t * k_t^k + \Pi_t^k) \xrightarrow{\Pi_t^k=0} \\ \Rightarrow NI^k = r_t * k_t^k - \tau_t^c * c_t^k - \tau_t^k * (r_t * k_t^k)$$

- Αντίστοιχα το καθαρό εισόδημα των εργαζομένων είναι η διαφορά του ακαθάριστου εισοδήματός τους μείον τους φόρους για την κατανάλωση και την εργασία.

$$NI^w = w_t * l_t^w - \tau_t^c * c_t^w - \tau_t^l * w_t * l_t^w$$

- Όσον αφορά το δεύτερο δείκτη μέτρησης της ανισότητας:
 - Το φορολογικό βάρος των καπιταλιστών είναι στην ουσία οι φόροι που πληρώνουν για κατανάλωση και κεφάλαιο

$$T^k = \tau_t^c * c_t^k + \tau_t^k * (r_t * k_t^k + \Pi_t^k) \xrightarrow{\Pi_t^k=0} \\ \Rightarrow T^k = \tau_t^c * c_t^k + \tau_t^k * (r_t * k_t^k)$$

- Αντίστοιχα το φορολογικό βάρος των εργαζομένων είναι οι φόροι εισοδήματος για κατανάλωσης

$$T^w = \tau_t^c * c_t^w + \tau_t^l * w_t * l_t^w$$

Στη μακροχρόνια ισορροπία οι δείκτες μέτρησης ανισότητας παίρνουν την ακόλουθη μορφή για τους καπιταλιστές:

$$NI^k = r * k - \tau^c * c^k - \tau^k * (r * k) = (r * k) * (1 - \tau^k) - \tau^c * c^k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NI^k = \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) \right) * (1 - \tau^k) - \left(\tau^c * \frac{\left[\frac{1 - \beta}{\beta} \right] * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)}{(1 + \tau^c)} \right)$$

$$\Rightarrow NI^k = \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} \right) * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \left[\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} \right]$$

Και,

$$T^k = \tau^c * c^k + \tau^k * (r * k) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^k = \left\{ \tau^c * \frac{\left[\frac{1 - \beta}{\beta} \right] * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)}{(1 + \tau^c)} + \left\{ \tau^k * \left[\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) \right] \right\} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^k = \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \frac{n^w}{n^k} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} \right)$$

Ενώ για τους εργαζομένους οι αντίστοιχοι δείκτες στη μακροχρόνια περίοδο γίνονται:

$$NI^w = w * l^w - \tau^c * c^w - \tau^l * w * l^w = (w * l^w) * (1 - \tau^l) - \tau^c * c^w \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NI^w = \left((1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * (1 - \tau^l) - \left(\tau^c * \frac{(1 - \tau^l) * (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}}{(1 + \tau^c)} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow NI^w = \left[(1-a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * (1 - \tau^l) \right] * \left(\frac{1}{1 + \tau^c} \right)$$

Και,

$$\begin{aligned} T^w &= \tau^c * c^w + \tau^l * w * l^w \Rightarrow \\ \Rightarrow T^w &= \tau^c * \left[\frac{(1 - \tau^l) * (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}}{(1 + \tau^c)} \right] \\ &\quad + \left[\tau^l * (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow T^w &= \left[(1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) \right] * \left[\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{1 + \tau^c} + \tau^l \right] \end{aligned}$$

Στη συνέχεια θέλουμε να εξετάσουμε πώς μια φορολογική μεταρρύθμιση επιδρά στην ανισότητα μεταξύ των δύο πληθυσμιακών ομάδων της υπό εξέτασης οικονομίας. Για να το πετύχουμε αυτό θα πάρουμε το λόγο των δεικτών και των δύο πληθυσμιακών ομάδων και θα μελετήσουμε πως αντιδρούν στις μεταβολές των φόρων κατανάλωσης, κεφαλαίου και εργασίας ξεχωριστά. Δηλαδή θα παρατηρήσουμε τα πρόσημα των παραγώγων των δύο δεικτών μέτρησης ανισότητας, $\frac{NI^k}{NI^w}$ και $\frac{T^k}{T^w}$ ως προς την οικονομική πολιτική, τ^c , τ^k , τ^l για να εξάγουμε το πώς επηρεάζει η οικονομική πολιτική την ανισότητα των καπιταλιστών με τους εργαζομένους.

Οι υπό μελέτη δείκτες είναι οι εξής:

- Ο λόγος των καθαρών εισοδημάτων των δύο πληθυσμιακών ομάδων

$$\frac{NI^k}{NI^w} = \frac{\left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} \right) * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \left[\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} \right]}{(1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * (1 - \tau^l) * \left(\frac{1}{1 + \tau^c} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{NI^k}{NI^w} = \frac{\frac{n^w}{n^k} * [(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1)) - \tau^c * (1 - \beta)]}{(1 - a) * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * \alpha} * (1 - \tau^l)}$$

- Και ο λόγος των φορολογικών επιβαρύνσεων τους

$$\begin{aligned} \frac{T^k}{T^w} &= \frac{\left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * \alpha * A} \right)^{\frac{1}{a-1}} * \frac{n^w}{n^k} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} \right)}{\left[(1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) \right] * \left[\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{1 + \tau^c} + \tau^l \right]} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{T^k}{T^w} = \frac{\frac{n^w}{n^k} * \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} \right)}{(1 - a) * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a} \right) * \left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{1 + \tau^c} + \tau^l \right)} \end{aligned}$$

Για να μπορέσουμε να διαπιστώσουμε την επίδραση που έχει η οικονομική πολιτική θα πρέπει να δούμε πώς αντιδρούν αυτοί οι δείκτες σε μια οριακή μεταβολή των εργαλείων δημοσιονομικής πολιτικής της κυβέρνησης. Επομένως θα υπολογίσουμε την πρώτη παράγωγο των παραπάνω δεικτών ως προς τους φόρους κεφαλαίου (τ^k), εργασίας (τ^l) και κατανάλωσης (τ^c) και θα δούμε την πορεία της ανισότητας ανάλογα με το πρόσημο των πρώτων αυτών μερικών παραγώγων. Αναλυτικά οι πράξεις και οι επεξηγήσεις των προσημων γίνεται στο παράρτημα που παρατίθεται στο τέλος της εργασίας.

Θα ξεκινήσουμε από τον λόγο των καθαρών εισοδημάτων $\frac{NI^k}{NI^w}$:

- Η παράγωγος του λόγου των καθαρών εισοδημάτων ως προς το φόρο εργασίας (τ^l) είναι:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^l} &= \left\{ \frac{\frac{n^w}{n^k} * [(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1)) - \tau^c * (1 - \beta)]}{(1 - a) * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * \alpha}} \right\} * \frac{1}{(1 - \tau^l)^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^l} > 0 \end{aligned}$$

Συνεπώς μια αύξηση του φόρου εργασίας θα αυξήσει την ανισότητα μεταξύ των καπιταλιστών και των εργαζομένων, μιας και πλήττει τους εργαζομένους.

- Η παράγωγος του λόγου των καθαρών εισοδημάτων ως προς το φόρο κεφαλαίου (τ^k) είναι:

$$\frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^k} = - \frac{\alpha * \frac{n^w}{n^k} * [(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1)) - \tau^c * (1 - \beta)]}{(1 - a) * (1 + \beta * (\delta - 1)) * (1 - \tau^l)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^k} < 0$$

Άρα, βλέπουμε πως μια αύξηση του φόρου στο κεφάλαιο, θα μειώσει την ανισότητα καπιταλιστών-εργαζομένων, μιας και πλήττει τους καπιταλιστές.

- Τέλος, η παράγωγος του λόγου των καθαρών εισοδημάτων ως προς το φόρο κατανάλωσης (τ^c) είναι:

$$\frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^c} = \frac{\frac{n^w}{n^k} * \beta * \delta}{(1 - a) * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * \alpha} * (1 - \tau^l)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^c} > 0$$

Παρατηρούμε πως ο λόγος των καθαρών εισοδημάτων ως προς το φόρο κατανάλωσης είναι θετικός. Ας εξετάσουμε τις παραγώγους των καθαρών εισοδημάτων ως προς το φόρο κατανάλωσης και για τις δύο πληθυσμιακές ομάδες, για να έχουμε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα.

Για τους καπιταλιστές έχουμε:

$$\frac{\partial NI^k}{\partial \tau^c} = - \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} * \left(\frac{n^w}{n^k} \right) * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \frac{(1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)^2} < 0$$

Και για τους εργαζομένους:

$$\frac{\partial NI^w}{\partial \tau^c} = -(1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{\alpha-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * (1 - \tau^l) * \frac{1}{(1 + \tau^c)^2} < 0$$

Βλέπουμε, δηλαδή, ότι και οι δύο πληθυσμιακές ομάδες πλήττονται από το φόρο κατανάλωσης. Όμως από τη στιγμή που η οριακή μεταβολή του λόγου των καθαρών εισοδημάτων είναι θετική, συνεπάγεται πως τα καθαρά εισοδήματα των εργαζομένων μειώνονται περισσότερο από τα καθαρά εισοδήματα των καπιταλιστών και επομένως οι εργαζόμενοι πλήττονται περισσότερο και η ανισότητα αυξάνεται.

Αντίστοιχα τα αποτελέσματα για τον δεύτερο δείκτη, το λόγο της φορολογικής επιβάρυνσης:

- Η παράγωγος του λόγου των φορολογικών επιβαρύνσεων για τις δύο πληθυσμιακές ομάδες ως προς το φόρο εργασίας (τ^l) είναι:

$$\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^l} = - \frac{\frac{n^w}{n^k} * \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} \right)}{(1 - a) * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} * a \right) * \frac{(\tau^c + \tau^l)^2}{1 + \tau^c}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^l} < 0$$

Άρα διαπιστώνουμε πως μια αύξηση του φόρου εργασίας οξύνει την ανισότητα των δύο πληθυσμιακών ομάδων.

- Η παράγωγος του λόγου των φορολογικών επιβαρύνσεων για τις δύο πληθυσμιακές ομάδες ως προς το φόρο κεφαλαίου (τ^k) είναι:

$$\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^k} = \frac{\frac{n^w}{n^k} * \left[\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} - \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} \right]}{(1 - \alpha) * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\alpha} \right) * \left(\frac{\tau^c + \tau^l}{1 + \tau^c} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^k} > 0$$

Επομένως, μια δημοσιονομική πολιτική μέσω αύξησης του φόρου κεφαλαίου οδηγεί σε άμβλυνση της ανισότητας καπιταλιστών-εργαζομένων.

- Τέλος, η παράγωγος του λόγου των φορολογικών επιβαρύνσεων για τις δύο πληθυσμιακές ομάδες ως προς το φόρο κατανάλωσης (τ^c) είναι:

$$\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^c} =$$

$$= \frac{\frac{n^w}{n^k} * \frac{1}{(1 + \tau^c)^2} * \left[\left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{(1 + \tau^c)} + \tau^l \right) * (1 - \beta) - \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} \right) * (1 - \tau^l) \right]}{(1 - a) * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * a} \right) * \left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{1 + \tau^c} + \tau^l \right)^2}$$

Αυτή όμως η παράγωγος δεν μας δίνει μια ξεκάθαρη εικόνα για το πρόσημο της και επομένως για την επίδραση του φόρου κατανάλωσης στον δείκτη ανισότητας. Την αμβλύνει ή την οξύνει; Δεν μπορούμε να πούμε με σιγουριά. Συνεπώς θα εξάγουμε συνθήκες για το πότε είναι θετική και πότε είναι αρνητική.

Επομένως ισχύει ότι

$$\begin{aligned}\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^c} &> 0 \Leftrightarrow (1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) \\ &> (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)\end{aligned}$$

Ενώ,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^c} &< 0 \Leftrightarrow (1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) \\ &< (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)\end{aligned}$$

Για να δούμε όμως, εν τέλει, ποια πληθυσμιακή ομάδα πλήττεται περισσότερο; Ας υπολογίσουμε τις παραγώγους της φορολογικής επιβάρυνσης των καπιταλιστών και των εργαζομένων ως προς το φόρο κατανάλωσης για να δούμε πώς πλήττεται ο καθένας.

Για τους καπιταλιστές ισχύει ότι:

$$\frac{\partial T^k}{\partial \tau^c} = \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * \alpha * A} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} * \frac{n^w}{n^k} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \frac{(1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)^2} > 0$$

Ενώ για τους εργαζομένους ισχύει πως:

$$\frac{\partial T^w}{\partial \tau^c} = (1 - a) * A * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * \frac{(1 - \tau^l)}{(1 + \tau^c)^2} > 0$$

Άρα και οι δύο πληθυσμιακές ομάδες πλήττονται από την επιβολή του φόρου κατανάλωσης. Όμως όταν $(1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) > (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)$ η ανισότητα αμβλύνεται αφού, για να είναι θετική η οριακή μεταβολή ως προς τ^c πρέπει η φορολογική επιβάρυνση των καπιταλιστών να αυξάνεται περισσότερο από την φορολογική επιβάρυνση των εργαζομένων όταν αυξάνεται ο φόρος κατανάλωσης και άρα οι καπιταλιστές πλήττονται περισσότερο. Αντίστροφα, όταν $(1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) < (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)$, μιας και η οριακή μεταβολή ως προς τ^c είναι αρνητική, η φορολογική επιβάρυνση των εργαζομένων αυξάνεται περισσότερο από τη φορολογική επιβάρυνση των καπιταλιστών και άρα οι εργαζόμενοι πλήττονται περισσότερο. Συνεπώς σε αυτή την περίπτωση η ανισότητα οξύνεται.

Ας εξετάσουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα για να δούμε ποια από τις δύο συνθήκες επαληθεύεται τότε. Θα δώσουμε ευλογοφανείς τιμές σε β και δ , δηλαδή τιμές που χρησιμοποιούνται ευρέως και είναι αποδεκτές από τη βιβλιογραφία, ενώ για την οικονομική πολιτική θα δώσουμε τιμές στους φορολογικούς συντελεστές, οι οποίες προκύπτουν ως μέση όροι των φορολογικών συντελεστών για τις χρονιές 2000-2012 από τη Eurostat.

Πιο συγκεκριμένα, για $\beta = 0.9, \delta = 0.05, \tau^k = 0.28, \tau^l = 0.38, \tau^c = 0.19$, έχουμε:

$$\begin{aligned}
(1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) &= \\
= (1 - 0.9) * (0.38 + 0.19 * 0.38) + 0.9 * 0.05 * (0.28 * 0.38 + 0.28 * 0.38 * 0.19) &= \\
= 0.0509
\end{aligned}$$

$$\text{Και } (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k) = (1 + 0.9 * 0.05 - 0.9) * (0.19 * 0.28 + 0.28) = 0.0483$$

Επομένως,

$$0.0509 > 0.0483 \Rightarrow (1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) > (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)$$

Οπότε η οριακή μεταβολή του λόγου των φορολογικών επιβαρύνσεων των δύο πληθυσμιακών ομάδων για αυτό το αριθμητικό παράδειγμα είναι θετική και επομένως η φορολογική επιβάρυνση των καπιταλιστών αυξάνεται περισσότερο από την φορολογική επιβάρυνση των εργαζομένων όταν αυξάνεται ο φόρος κατανάλωσης. Συνεπώς η ανισότητα μειώνεται.

4. Συμπεράσματα

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση εύκολα κανείς μπορεί να διαπιστώσει τις επιδράσεις της οικονομικής πολιτικής της κυβέρνησης μέσω φόρων, στην ανισότητα των καπιταλιστών με τους εργαζομένους. Βλέπουμε ότι και οι δύο δείκτες μέτρησης της ανισότητας καταλήγουν στο ίδιο συμπέρασμα, και θα προσπαθήσουμε να δώσουμε μια εξήγηση και για τους δύο.

Εξετάζοντας τον πρώτο δείκτη ανισότητας, δηλαδή το λόγο των καθαρών εισοδημάτων των δύο πληθυσμιακών ομάδων, διαπιστώνουμε ότι μια φορολογική μεταρρύθμιση μέσω μιας αύξησης του εργασίας (τ^l) έχει ως αποτέλεσμα την όξυνση της ανισότητας. Την ίδια επίδραση έχει και μια φορολογική μεταρρύθμιση μέσω αύξησης του φόρου κατανάλωσης (τ^c). Αντίθετα, μια αύξηση του φόρου κεφαλαίου (τ^k) συνεπάγεται την άμβλυνση της ανισότητας. Αυτά τα αποτελέσματα φαίνεται να συμφωνούν και με τη βιβλιογραφία. Τόσο ο Judd, ο Stiglitz, ο Burman αλλά και μελέτες του OECD συμφωνούν ότι αυτές είναι οι επιπτώσεις τις οικονομικής πολιτικής μέσω φόρων στην ανισότητα (αναλυτικά αναφέρθηκαν στο δεύτερο μέρος της εργασίας). Άρα, αν στόχος της κυβέρνησης είναι η άμβλυνση της ανισότητας θα πρέπει να ακολουθήσει μια μίξη πολιτικής στην οποία θα μειώνει τους φόρους εργασίας ή κατανάλωσης και θα αυξάνει τους φόρους στο κεφάλαιο ή συνδυασμό των παραπάνω.

Μελετώντας τις επιπτώσεις το δεύτερου δείκτη, δηλαδή του λόγου των φορολογικών επιβαρύνσεων καπιταλιστών-εργαζομένων οδηγούμαστε στα εξής συμπεράσματα. Μια φορολογική μεταρρύθμιση μέσω αύξησης του φόρου εργασίας (τ^l) έχει ως αποτέλεσμα την όξυνση της ανισότητας. Επιπλέον μια φορολογική μεταρρύθμιση μέσω αύξησης του φόρου κεφαλαίου (τ^k) έχει ως αποτέλεσμα την άμβλυνση της ανισότητας καπιταλιστών-εργαζομένων. Τώρα όσον αφορά το φόρο κατανάλωσης (τ^c) δεν μπορούμε να προβλέψουμε με ακρίβεια τι επίπτωση θα έχει στην ανισότητα βάσει αυτού του δείκτη. Αν ισχύει ότι $(1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) > (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)$ τότε μια αύξηση του φόρου κατανάλωσης μειώνει την ανισότητα. Αν όμως ισχύει ότι

$(1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) < (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)$ τότε μια φορολογική μεταρρύθμιση μέσω αύξησης του φόρου κατανάλωσης οξύνει την ανισότητα καπιταλιστών-εργαζομένων.

Αν και η έρευνα που διεξήχθη σε αυτή την εργασία είναι αρκετά περιοριστική όσον αφορά στις υποθέσεις της οικονομίας μας και των μελών της, μας δίνει κάποια ενδεικτικά συμπεράσματα τα οποία θα μπορούσαν να αποτελέσουν βάση για τη διατύπωση προτάσεων οικονομικής πολιτικής. Κάποιος θα μπορούσε να επεκτείνει την έρευνα αυτή υποθέτοντας μια ανοιχτή οικονομία, ή θα μπορούσε να αφήσει και τους εργαζόμενους να αποταμιεύουν, ή την κυβέρνηση να εκδίδει ομόλογα και στη συνέχεια θα μπορούσε να υπολογίσει την άριστη φορολογική πολιτική. Επιπλέον, άλλο πλαίσιο ανάλυσης θα μπορούσε να αποτελέσει η υπόθεση ότι τα άτομα κάθε πληθυσμιακής ομάδας δεν είναι όμοια.

[Αυτή η σελίδα έχει αφεθεί σκοπίμως κενή]

Παράρτημα

Σε αυτό το παράρτημα παρατίθεται αναλυτικά ο υπολογισμός των παραγώγων των δεικτών ανισότητας ως προς κάθε ένα όργανο της οικονομικής πολιτικής της κυβέρνησης, που μας οδήγησαν στην εξαγωγή των συμπερασμάτων μας.

Ας ξεκινήσουμε από τον πρώτο δείκτη ανισότητας, τον λόγο των καθαρών εισοδημάτων των δύο πληθυσμιακών ομάδων της οικονομίας μας.

$$\frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^l} = \left\{ \frac{\left(\frac{\widetilde{n}^w}{n^k} \right) * \overbrace{[(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1))] - \tau^c * (1 - \beta)}^{>0}}{\left(\underbrace{(1 - a)}_{>0} \right) * \left(\underbrace{\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * \alpha}}_{>0} \right)} \right\} * \frac{\overbrace{1}^{>0}}{(1 - \tau^l)^2} > 0$$

Η οριακή μεταβολή αυτή είναι θετική εφόσον $\frac{n^w}{n^k} > 0$, μιας και είναι λόγος ποσοστών του πληθυσμού, το $\alpha \in (0,1)$ και επομένως $(1-\alpha)>0$, ο λόγος στον παρονομαστή είναι θετικός από τη στιγμή που $\beta, \delta, \tau^k \in (0,1)$ και επομένως $\beta * (\delta - 1) < 1$ και $1 - \tau^k > 0$, το τελευταίο κλάσμα είναι θετικό αφού $\tau^l \in (0,1) \Rightarrow (1 - \tau^l) > 0$. Τέλος ο μεγάλος όρος στον αριθμητή κάνοντας αναλυτικά τις πράξεις γίνεται $[(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1))] - \tau^c * (1 - \beta) = 1 + \beta * \delta - \beta + \tau^c * \beta * \delta$ και βάσει των προηγούμενων περιορισμών καθώς και $\tau^c \in (0,1)$ προκύπτει ότι είναι θετικός όρος. Συμπεριλαμβανομένων όλων των προηγούμενων, όντως η οριακή αυτή μεταβολή είναι θετική.

$$\frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^k} = - \frac{\left(\alpha * \frac{\widetilde{n}^w}{n^k} \right) * \left(\overbrace{[(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1))] - \tau^c * (1 - \beta)}^{>0} \right)}{\left(\underbrace{(1 - a)}_{>0} \right) * \left(\underbrace{\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * \alpha}}_{>0} \right) * \left(\underbrace{1 - \tau^l}_{>0} \right)} < 0$$

Και εδώ ισχύει ότι $\alpha, \beta, \delta, \tau^c, \tau^l \in (0,1)$ και επιπλέον $[(1 + \tau^c) * (1 + \beta * (\delta - 1))] - \tau^c * (1 - \beta) = 1 + \beta * \delta - \beta + \tau^c * \beta * \delta > 0$, οπότε όλοι οι όροι είναι θετικοί και φυσικά λόγω του αρνητικού προσήμου η παράγωγος γίνεται αρνητική.

$$\frac{\partial \left(\frac{NI^k}{NI^w} \right)}{\partial \tau^c} = \frac{\overbrace{\frac{n^w}{n^k} * \beta * \delta}^{>0}}{\left(\underbrace{(1 - a)}_{>0} \right) * \left(\underbrace{\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * \alpha}}_{>0} \right) * \left(\underbrace{1 - \tau^l}_{>0} \right)} > 0$$

Επιπροσθέτως, $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^l \in (0,1) \Rightarrow (1 - \alpha) > 0$ και $\frac{1+\beta*(\delta-1)}{1-\tau^k} > 0$ και $1 - \tau^l > 0$. Εύκολα, δηλαδή φαίνεται ότι η παράγωγος του λόγου των καθαρών εισοδημάτων των καπιταλιστών με τους εργαζόμενους ως προς το φόρο κατανάλωσης είναι θετική.

Για να δούμε τώρα πως προκύπτουν τα πρόσημα των παραγώγων του λόγου των φορολογικών βαρών των καπιταλιστών-εργαζομένων.

$$\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^l} = - \frac{\left(\frac{\tilde{n}^w}{n^k} \right)^{>0} * \left(\frac{\tau^c * (1-\beta)}{\beta * (1+\tau^c)} + \tau^k * \frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k)} \right)^{>0} * \left(\frac{1}{(1+\tau^c)} \right)^{>0}}{\left(\frac{1-\alpha}{>0} \right) * \left(\frac{1+\beta * (\delta-1)}{\beta * (1-\tau^k)} * a \right)^{>0} * \left(\frac{\tau^c * (1-\tau^l)}{1+\tau^c} + \tau^l \right)^2_{>0}} < 0$$

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει ισχύει εξ υποθέσεως ότι $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^l, \tau^c \in (0,1)$. Επομένως έχουμε ότι

$$1 + \beta * (\delta - 1) > 0, \text{ αφού } \beta * (\delta - 1) < 1, \quad \frac{n^w}{n^k} > 0 \text{ ως λόγος ποσοστών πληθυσμού,}$$

$$(1 - \beta) > 0 \Rightarrow \tau^c * (1 - \beta) > 0 \Rightarrow \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} > 0, [1 + \beta * (\delta - 1)] > 0 \text{ και } \beta * (1 - \tau^k) > 0 \Rightarrow \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} > 0 \Rightarrow \left[\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k)} \right] > 0,$$

$$(1 - \tau^l) > 0 \Rightarrow \left[\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{1 + \tau^c} + \tau^l \right] > 0$$

Συνεπώς, λόγω του αρνητικού προσήμου η παράγωγος του λόγου των φορολογικών βαρών ως προς το φόρο εργασίας είναι αρνητική.

$$\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^k} = \frac{\left(\frac{\tilde{n}^w}{n^k} \right)^{>0} * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} \right)^{?}}{\left(\frac{1 - \alpha}{>0} \right) * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\alpha} \right)^{>0} * \left(\frac{\tau^c + \tau^l}{1 + \tau^c} \right)^{>0}}$$

Ισχύει ότι $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^l, \tau^c \in (0,1)$ επομένως όλοι οι παραπάνω όροι είναι θετικοί, αντίστοιχα όπως δείξαμε και στις προηγούμενες περιπτώσεις. Μόνο ένας όρος μας προβληματίζει γιατί δε φαίνεται από την πρώτη ματιά το πρόσημό του, οπότε θα κάνουμε αναλυτικότερες πράξεις για να δούμε που καταλήγουμε.

$$\begin{aligned}
& \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} - \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} = \frac{[1 + \beta * (\delta - 1)] * (1 - \tau^k)}{(1 - \tau^k)} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} \\
& = [1 + \beta * (\delta - 1)] - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} = \frac{[1 + \beta * (\delta - 1)] * (1 + \tau^c)}{(1 + \tau^c)} - \frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} = \\
& = \frac{[1 + \beta * (\delta - 1)] * (1 + \tau^c) - \tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)}
\end{aligned}$$

Όμως ισχύει ότι $(1 + \tau^c) > 0$, επομένως πρέπει να υπολογίσουμε μόνο το πρόσημο του αριθμητή.
Άρα:

$$\begin{aligned}
& [1 + \beta * (\delta - 1)] * (1 + \tau^c) - \tau^c * (1 - \beta) = (1 + \beta * \delta - \beta) * (1 + \tau^c) - \tau^c + \beta * \tau^c = \\
& 1 + \tau^c + \beta * \delta + \beta * \delta * \tau^c - \beta - \beta * \tau^c - \tau^c + \beta * \tau^c = 1 + \beta * \delta + \beta * \delta * \tau^c - \beta
\end{aligned}$$

Συνεπώς, αφού $\beta, \delta, \tau^k, \tau^c \in (0,1) \Rightarrow (1 + \beta * \delta + \beta * \delta * \tau^c - \beta) > 0$, ισχύει ότι η παράγωγος του λόγου των φορολογικών επιβαρύνσεων ως προς το φόρο κεφαλαίου είναι θετική.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^c} = \\
& \left(\frac{n^w}{n^k} * \frac{1}{(1 + \tau^c)^2} \right) * \left[\frac{\left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{(1 + \tau^c)} + \tau^l \right) * (1 - \beta) - \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} \right) * (1 - \tau^l)}{\left(\frac{1 - a}{>0} \right) * \left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k) * a} \right) * \left(\frac{\left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{1 + \tau^c} + \tau^l \right)^2}{>0} \right)} \right]
\end{aligned}$$

Ο προβληματικός όρος σε αυτή την παράγωγο είναι αυτός εντός της μεγάλης αγκύλης. Ας προχωρήσουμε την άλγεβρα για να δούμε αν μπορούμε να αποκτήσουμε ξεκάθαρη εικόνα για το πρόσημο αυτού του όρου. Επιπλέον θα τον σπάσουμε σε τρία κομμάτια ώστε να διευκολυνθούμε περισσότερο.

$$\overbrace{\left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{(1 + \tau^c)} + \tau^l \right) * (1 - \beta)}^{\alpha} - \overbrace{\left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} \right) * (1 - \tau^l)}^{\beta}$$

Ο (α) όρος μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\left(\frac{\tau^c * (1 - \tau^l)}{(1 + \tau^c)} + \tau^l \right) * (1 - \beta) = \frac{(\tau^c + \tau^l)}{(1 + \tau^c)} * (1 - \beta) = \frac{\tau^c - \beta * \tau^c + \tau^l - \beta * \tau^l}{1 + \tau^c}$$

Ο (β) όρος μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\tau^c * (1 - \beta)}{(1 + \tau^c)} + \tau^k * \frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{(1 - \tau^k)} \right) &= \frac{\tau^c - \beta * \tau^c}{1 + \tau^c} + \frac{\tau^k + \beta * \tau^k * \delta - \beta * \tau^k}{1 - \tau^k} = \\ &= \frac{(\tau^c - \beta * \tau^c) * (1 - \tau^k) + (\tau^k + \beta * \tau^k * \delta - \beta * \tau^k) * (1 + \tau^c)}{(1 + \tau^c) * (1 - \tau^k)} \\ &= \frac{(\tau^c - \tau^c * \tau^k - \beta * \tau^c - \beta * \tau^c * \tau^k + \tau^k + \tau^k * \beta * \delta - \beta * \tau^k + \tau^c * \tau^k + \beta * \delta * \tau^c * \tau^k - \beta * \tau^c * \tau^k)}{(1 + \tau^c) * (1 - \tau^k)} \\ &= \frac{(\tau^c - \beta * \tau^c + \tau^k + \tau^k * \beta * \delta - \beta * \tau^k + \beta * \delta * \tau^c * \tau^k)}{(1 + \tau^c) * (1 - \tau^k)} \end{aligned}$$

Επομένως πολλαπλασιάζοντας τον (β) όρο με τον (γ) έχουμε:

$$\begin{aligned} &\frac{(\tau^c - \beta * \tau^c + \tau^k + \tau^k * \beta * \delta - \beta * \tau^k + \beta * \delta * \tau^c * \tau^k - \tau^c * \tau^l + \beta * \tau^c * \tau^l - \tau^k * \tau^l - \beta * \delta * \tau^k * \tau^l + \\ &\quad + \beta * \tau^k * \tau^l - \beta * \delta * \tau^k * \tau^l * \tau^c)}{(1 + \tau^c) * (1 - \tau^k)} \quad (\delta) \end{aligned}$$

Η (α) πολλαπλασιασμένη με $(1 - \tau^k)$ γίνεται:

$$\begin{aligned} &\frac{(\tau^c - \beta * \tau^c + \tau^l - \beta * \tau^l) * (1 - \tau^k)}{(1 + \tau^c) * (1 - \tau^k)} \\ &= \frac{(\tau^c - \beta * \tau^c + \tau^l - \beta * \tau^l - \tau^c * \tau^k + \beta * \tau^c * \tau^k - \tau^k * \tau^l + \beta * \tau^k * \tau^l)}{(1 + \tau^c) * (1 - \tau^k)} \quad (\varepsilon) \end{aligned}$$

Συνεπώς, αφαιρώντας την (δ) από την (ε) και δεδομένου ότι ο παρονομαστής και των δύο είναι ο ίδιος και θετικός αρκεί να μελετήσουμε το πρόσημο του αριθμητή:

$$\begin{aligned} (\varepsilon) - (\delta) &= \tau^c - \beta * \tau^c + \tau^l - \beta * \tau^l - \tau^c * \tau^k + \beta * \tau^c * \tau^k - \tau^k * \tau^l + \beta * \tau^k * \tau^l - \tau^c + \beta * \tau^c \\ &\quad - \tau^k - \tau^k * \beta * \delta + \beta * \tau^k - \beta * \delta * \tau^c * \tau^k + \tau^c * \tau^l - \beta * \tau^c * \tau^l + \tau^k * \tau^l + \beta * \delta \\ &\quad * \tau^k * \tau^l - \beta * \tau^k * \tau^l + \beta * \delta * \tau^k * \tau^l * \tau^c = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \tau^l * (1 - \beta) + \tau^c * \tau^k * (-1 + \beta - \beta * \delta) + \tau^k * (-1 + \beta - \beta * \delta) + \tau^c * \tau^l * (1 - \beta) + \tau^k * \tau^l * \beta \\
&\quad * \delta + \beta * \delta * \tau^k * \tau^l * \tau^c \\
&= (1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) - (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)
\end{aligned}$$

Άρα, για τον λόγο των φορολογικών επιβαρύνσεων των καπιταλιστών-εργαζομένων ως προς το φόρο κατανάλωσης ισχύει ότι:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^c} &> 0 \Leftrightarrow (1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) \\
&> (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)
\end{aligned}$$

Ενώ,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \left(\frac{T^k}{T^w} \right)}{\partial \tau^c} &< 0 \Leftrightarrow (1 - \beta) * (\tau^l + \tau^c * \tau^l) + \beta * \delta * (\tau^k * \tau^l + \tau^k * \tau^l * \tau^c) \\
&< (1 + \beta * \delta - \beta) * (\tau^c * \tau^k + \tau^k)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial NI^k}{\partial \tau^c} = - \overbrace{\left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{1}{\alpha - 1}}}^{>0} * \overbrace{\left(\frac{n^w}{n^k} \right) * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)}^{>0} * \overbrace{\frac{(1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)^2}}^{>0} < 0$$

Αφού $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^c, n^w, n^k \in (0,1)$ και $\mu_1, \mu_2, A > 0$ ισχύει ότι όλοι οι όροι είναι θετικοί και επομένως λόγω του αρνητικού προσήμου η παράγωγος του καθαρού εισοδήματος των καπιταλιστών ως προς το φόρο κατανάλωσης είναι αρνητική.

$$\frac{\partial NI^w}{\partial \tau^c} = - \overbrace{(1 - a) * A}^{>0} * \overbrace{\left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{\alpha - 1}}}^{>0} * \overbrace{\left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right) * (1 - \tau^l)}^{>0} * \overbrace{\frac{1}{(1 + \tau^c)^2}}^{>0} < 0$$

Και εδώ ισχύει ότι $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^c, \tau^l, n^w, n^k, A \in (0,1)$ και $\mu_1, \mu_2 > 0$ και επομένως όλοι οι όροι είναι θετικοί, όμως λόγω του αρνητικού προσήμου η οριακή μεταβολή του καθαρού εισοδήματος των εργαζομένων ως προς το φόρο κατανάλωσης είναι αρνητική.

$$\frac{\partial T^k}{\partial \tau^c} = \overbrace{\left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * \alpha * A} \right)^{\frac{1}{\alpha - 1}}}^{>0} * \overbrace{\frac{n^w}{n^k} * \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)}^{>0} * \overbrace{\frac{(1 - \beta)}{\beta * (1 + \tau^c)^2}}^{>0} > 0$$

Από τη στιγμή που $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^c, n^w, n^k \in (0,1)$ και $\mu_1, \mu_2 > 0$, η οριακή μεταβολή της φορολογικής επιβάρυνσης των καπιταλιστών ως προς το φόρο κατανάλωσης είναι θετική.

$$\frac{\partial T^w}{\partial \tau^c} = \overbrace{(1-a) * A}^{>0} * \overbrace{\left(\frac{1 + \beta * (\delta - 1)}{\beta * (1 - \tau^k) * a * A} \right)^{\frac{a}{a-1}}}^{>0} * \overbrace{\left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)}^{>0} * \overbrace{\frac{(1 - \tau^l)}{(1 + \tau^c)^2}}^{>0} > 0$$

Τέλος, ισχύει πως $\alpha, \beta, \delta, \tau^k, \tau^c, n^w, n^k \in (0,1)$ και $\mu_1, \mu_2, A > 0$, και συνεπώς και η οριακή μεταβολή της φορολογικής επιβάρυνσης των εργαζομένων ως προς το φόρο κατανάλωσης θα είναι θετική.

Βιβλιογραφία

Alesina, A. & Rodrik, D. (1991). Distributive Politics and Economic Growth. National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 3668.

Berg, A., Ostry, J.D. & Tsangrides, C.G. (2014). Redistribution, Inequality, and Growth. International Monetary Fund, Research Department.

Burman, L.E. (2014). Taxes and Inequality. Tax Law Review, Vol. 66, March 20 2014. Urban Institute.

Chamley, C. (1986). Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives [Electronic Version]. Econometrica, Vol.54, No. 3, pp.607-622

Cremer, H. (2003). Multidimensional Heterogeneity and the Design of Tax Policies [Electronic Version]. Baltic Journal of Economics, 2, pp. 35-45

Jourard, I., M. Pisu and D. Bloch (2012), “Less Income Inequality and More Growth – Are They Compatible? Part 3. Income Redistribution via Taxes and Transfers Across OECD Countries”, *OECD Economics Department Working Papers*, No. 926, OECD Publishing.
<http://dx.doi.org/10.1787/5k9h296b1zjf-en>

Judd, K.L. (1985). Redistributive Taxation in a Simple Perfect Foresight Model. Journal of Public Economics 28, 59-83, North-Holland.

OECD 2012, “Income inequality and growth: The role of taxes and transfers”, *OECD Economics Department Policy Notes*, No. 9. January 2012.

Saez, E. (2011). Income Inequality: Evidence and Policy Implications.